Didier Trotoux
IREM, Université de Caen Normandie
Association Sciences en Seine et Patrimoine, Rouen

# La navigation au sextant

Mont Saint Aignan, 21 novembre 2019

# Plan

1. Le sextant, description et utilisation.

2. Détermination de la latitude et la longitude par la méridienne, de la latitude par l'étoile Polaire.

3. Faire le point avec la droite de hauteur.

# La navigation au sextant

le marin

Édition du 23 octobre 2015

*États-Unis : les aspirants navigants repassent au sextant.*

*Le bon vieux sextant fait son retour dans l'armée la plus moderne au monde. Selon le quotidien régional The Capital Gazette, l'Académie navale américaine a recommencé à former ses aspirants à la navigation astronomique. La raison ? L'instrument reste fiable en cas de cyberattaque. Les aspirants ont commencé à recevoir trois heures de cours hebdomadaires cet été. La promotion 2017 sera la première à avoir des rudiments dans l'utilisation du sextant. La formation dispensée à Annapolis (Maryland) s'était arrêtée en 1998.*

# La navigation au sextant

**Golden Globe Race 2018** (aventure de circumnavigation autour du monde en solitaire et à l’ancienne)
Jean Luc van den Heede remporte la course le 29 janvier 2019 au bout de 211 jours de navigation.

# Instruments pour mesurer la hauteur d'un astre

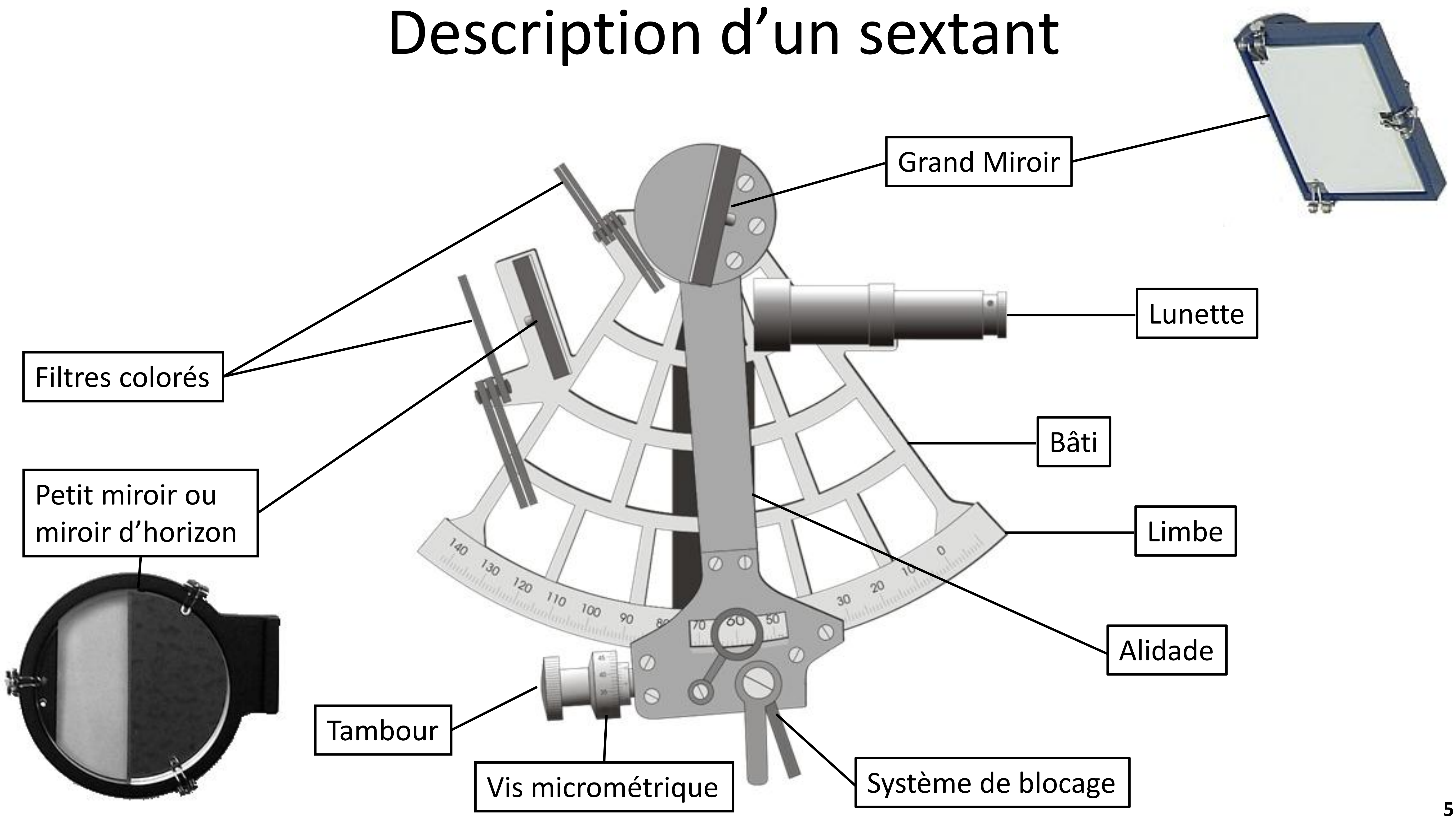
**Octant**, Elias De Larue of Guernsey, 1763.
© National Maritime Museum, Greenwich, London

**John Hadley, Thomas Godfrey, 1731**

**Sextant**, Edward Nairne, vers 1775
© Musée national de la Marine/P. Dantec

**John Campbell, 1757**

# Description d’un sextant



# Contrôle du sextant : rectification

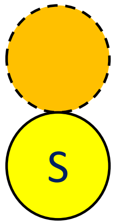
Avant toute utilisation, il faut s'assurer que le sextant est correctement réglé en effectuant les opérations de **rectification** et de **collimation**.

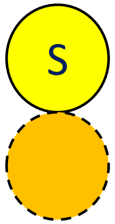
- **rectification** : réglage de l'axe optique et des deux miroirs du sextant

- L'axe de rotation de l'alidade doit passer exactement par le centre du secteur et du limbe, sinon il y a une **erreur d'excentricité** (indiquée par le constructeur).
- L'axe de la lunette doit être parallèle au plan du limbe.
- Le grand miroir doit être perpendiculaire au plan du limbe.
- Le petit miroir doit être perpendiculaire au plan du limbe et parallèle au plan du grand miroir (l'alidade étant sur 0°). Réglage possible à l'aide de vis.

# Contrôle du sextant : collimation

❑ **collimation** : mesure de l'erreur résiduelle du sextant

- Si après rectification, l'image réfléchie et l'image directe d'un objet (amer éloigné, astre ou horizon), l'alidade étant à 0°, restent décalées dans un plan horizontal, on règle l'alidade pour que ces deux images coïncident. On lit alors sur le tambour la valeur **v** obtenue (>0 ou <0). La **collimation** est **c = -v**.
- On peut aussi déterminer la collimation avec le Soleil. On prend une première mesure $L_d$ en faisant tangenter l'image réfléchie du Soleil au dessus de son image directe 

, puis une deuxième $L_g$ en faisant l'inverse 

.

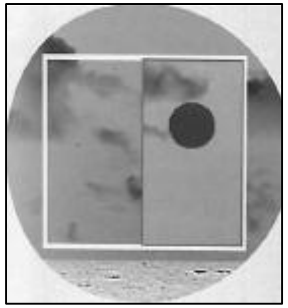
La **collimation** est la valeur : $\mathbf{c = (L_d - L_g)/2}$.

# Comment effectuer une visée

## 1. Viser l’astre directement

Les curseurs du limbe et du tambour étant face à zéro, disposer les filtres pour éviter l’éblouissement et viser l’astre directement

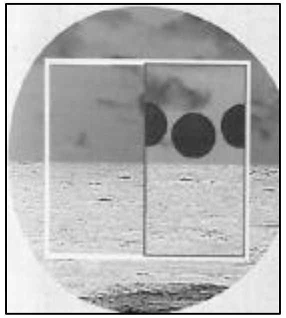
## 2. Descendre l’astre sur l’horizon



Faire coulisser l’alidade en conservant l’image du Soleil dans la lunette.

L’image de l’horizon entre dans le champ.

## 3. Régler les deux images finement

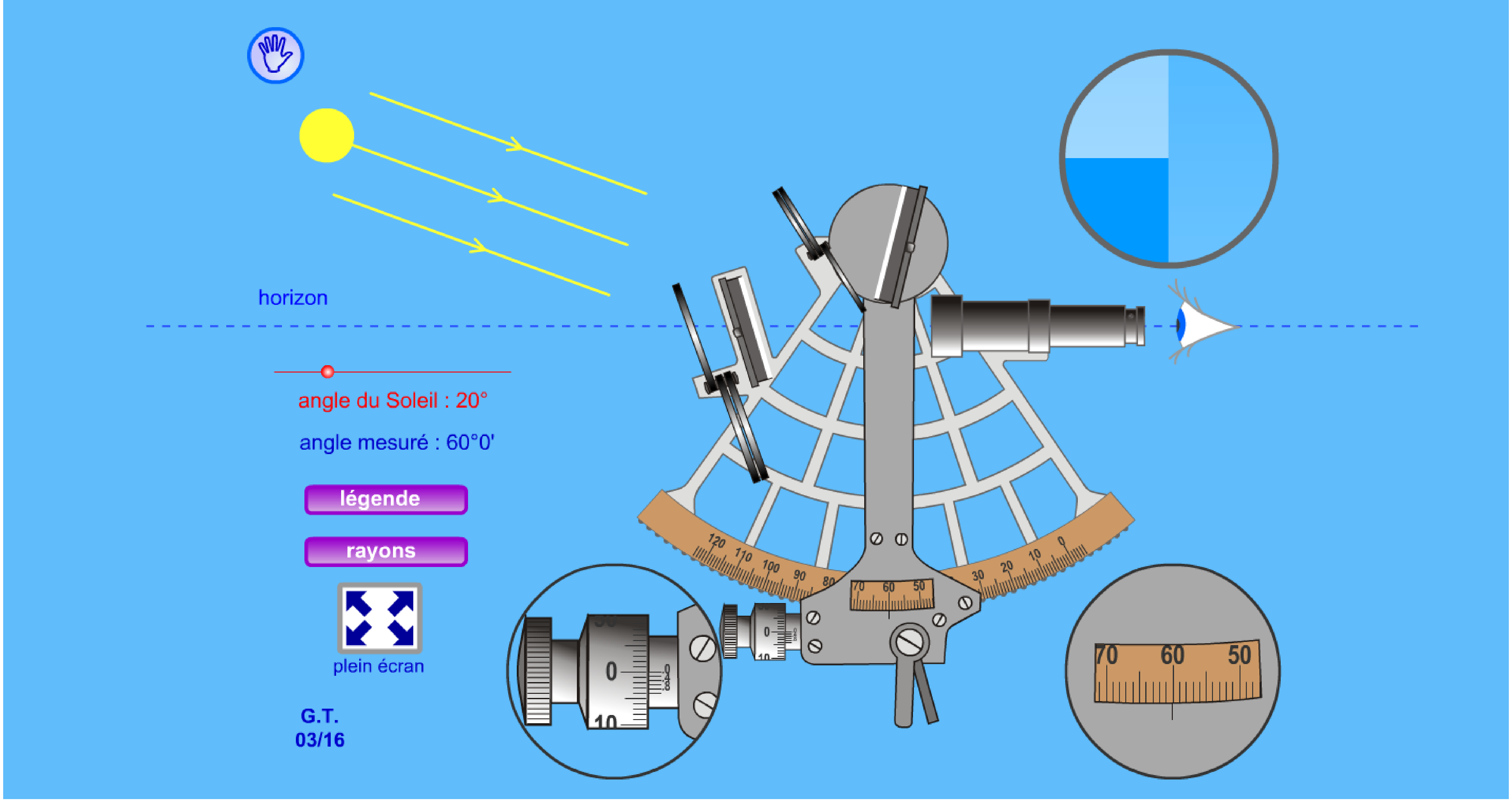


Lorsque la ligne d’horizon commence à apparaître dans la partie transparente du petit miroir, balancer le corps du sextant latéralement comme un pendule en affinant la visée au tambour. En balançant le sextant le Soleil se rapproche un peu de l’horizon.

## 4. Mesurer la hauteur observée


Quand la base du Soleil touche l’horizon, bloquer l’instrument.

Noter l’heure puis la hauteur observée.




Animation Flash sur le site de Geneviève Tulloue : Figures Animées pour la Physique
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Soleil/Lieu/sextantF.php

# Utilisation du sextant en navigation côtière

Le sextant, qui permet de mesurer des angles par visée, est utilisé principalement de deux manières :

- Pour déterminer sa distance à un amer dont on connaît l'élévation au-dessus de la mer.

- Pour déterminer sa position à partir de 3 amers.

# Navigation côtière (1)

On peut déterminer sa distance à un amer dont connaît l'élévation au-dessus de la mer en mesurant au sextant la hauteur de cet amer.

$$\boxed{D_{en\ milles} \approx 1{,}856 \frac{h_{connue\ en\ m\grave{e}tres}}{\alpha_{mesur\acute{e}\ en\ minutes}}}$$


On peut utiliser le sextant horizontalement pour mesurer l'angle entre la balise visible à droite et le phare.

# Navigation côtière (2)

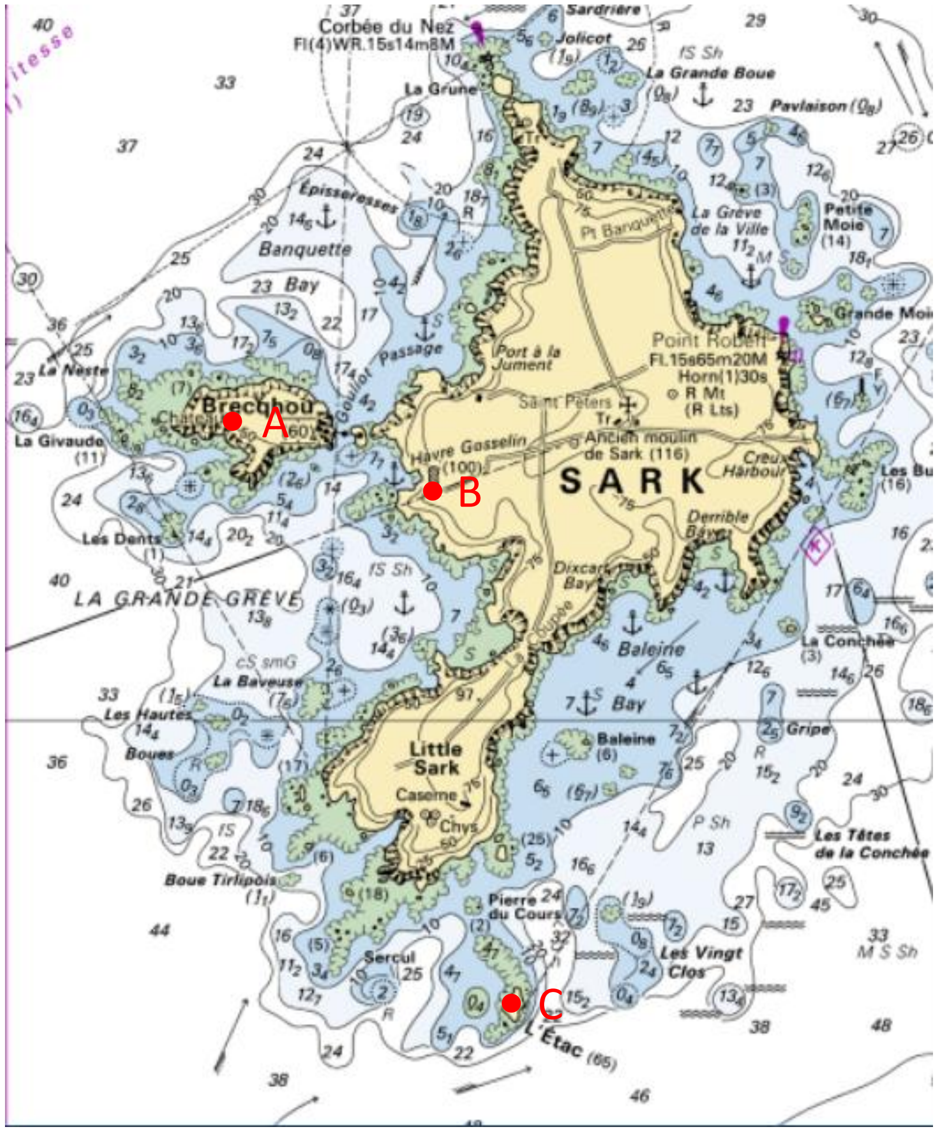
En naviguant le long de Sercq, nous voyons trois amers que nous avons bien identifiés :

- Le point A = le château sur l’île de Brecqhou
- Le point B = le monument Pilcher au-dessus du Havre Gosselin
- Le point C = le sommet de l’Étac de Sercq

À un instant donné, avec notre sextant tenu horizontalement, nous mesurons les angles entre les 3 amers.

- Entre A et B, le sextant donne un angle de 40°
- Entre B et C, le sextant donne un angle de 70°

Où sommes-nous ?



# Point par arcs capables

# Utilisation du sextant en navigation hauturière

Le sextant permet de déterminer sa position en mesurant la hauteur d’un astre ou d’une étoile au-dessus de l’horizon.

L’**horizon vrai** est défini comme le plan passant par le centre de la Terre et perpendiculaire à la verticale de l’observateur.

La **hauteur vraie** est l’angle entre l’horizon vrai et la droite joignant le centre de la Terre et le centre de l ’astre.

# Détermination de la hauteur vraie (1)

On appelle **hauteur instrumentale $H_i$**, la hauteur lue sur le sextant après la visée.

On obtient la **hauteur observée $H_o$** en corrigeant la hauteur instrumentale des erreurs du sextant (erreurs d'excentricité **e** et de collimation **c**).

$$\mathbf{H_o = H_i} + \varepsilon \text{ où } \varepsilon = \mathbf{e + c}$$

On détermine enfin la **hauteur vraie $H_v$**, en corrigeant la hauteur observée de la **dépression de l'horizon** (fonction de l'élévation de l'œil), de la **réfraction astronomique** (fonction de la hauteur de l'astre), de la **parallaxe** (fonction de l'astre, de sa hauteur et de la date, seulement pour le Soleil, la Lune, Mars et Vénus), et du **demi-diamètre** (fonction de l'astre et de la date, seulement pour le Soleil et la Lune).

# Détermination de la hauteur vraie (2)

$$H_v = H_o - d - R + p \pm \tfrac{1}{2} D$$

En pratique, on utilise des tables, les éphémérides nautiques (table VII pour le soleil), qui permettent de faire cette correction :

1ère correction : réfraction moyenne – dépression + parallaxe + demi-diamètre

2ème correction : date

**Exemple** : le 11 janvier 2019, en route vers les Sables d'Olonne, on observe la hauteur du bord inférieur du soleil $H_i$ = 27° 28,4' à 11 h 34 min 12 s (GGR).

L'élévation de notre œil sur l'eau est de 2 m et la correction instrumentale $\varepsilon$ est de +0,4'. Quelle est la hauteur vraie $H_v$ du centre du soleil ?

$$H_o = H_i + \varepsilon = 27° \; 28,4' + 0,4' = 27° \; 28,8'$$

1ère correction (2 m pour une hauteur d'environ 28°) : + 11,8'

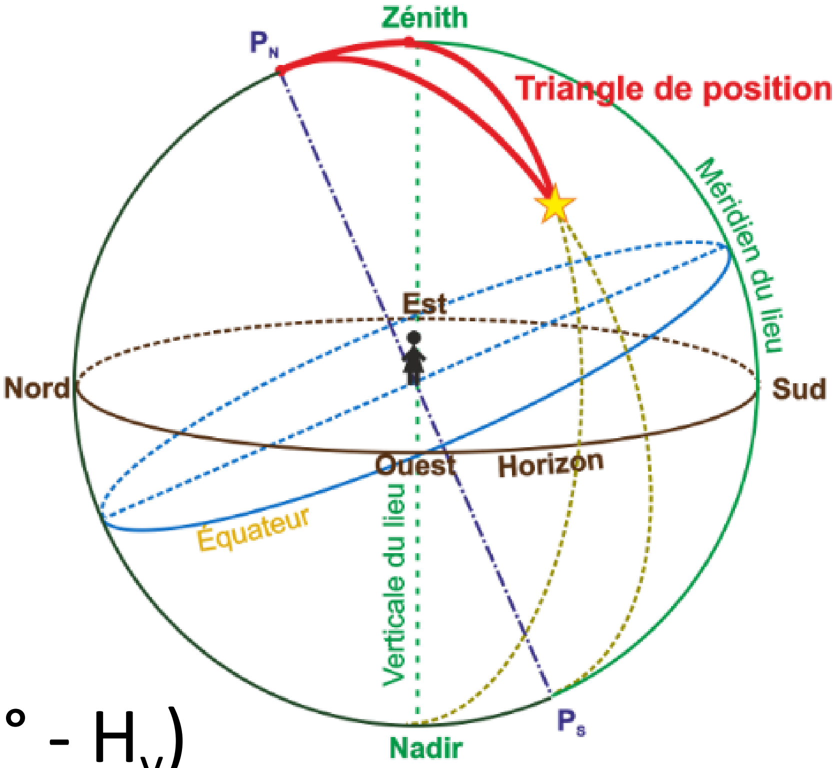
2ème correction (pour le mois de janvier) : + 0,3'

$$H_v = 27° \; 28,8' + 11,8' + 0,3' = 27° \; 40,9'$$

# Latitude par la hauteur méridienne du Soleil (1)

La latitude s'obtient facilement, sans avoir besoin de connaître l'heure exacte, en mesurant au sextant la hauteur du Soleil au dessus de l'horizon au moment de son passage au méridien de l'observateur.

En effet à ce moment là, le triangle de position est plat et l'on a : $\mathbf{L = 90° - H_v + D = D_z + D}$(*) où D est la déclinaison du Soleil, c'est-à-dire sa distance à l'équateur céleste ou latitude céleste donnée dans les Ephémérides nautiques en fonction de la date et de l'heure approximative.




(*) $\widehat{P_N A} = \widehat{P_N Z} + \widehat{ZA}$ soit (90°- D) = (90° - L) + (90° - $H_v$)

La formule est valable l'été dans l'hémisphère N.

Pour L et D de même pôle, $L = D_z + D$ si $L > D$ et $L = D – D_z$ si $L < D$

Pour L et D de pôles contraires, $L = D_z - D$

# Latitude par la hauteur méridienne du Soleil (2)

À son passage au méridien, le Soleil atteint sa plus grande hauteur au-dessus de l'horizon, appelée la **culmination**.
Quand le soleil passe au méridien, il est au Sud vrai.

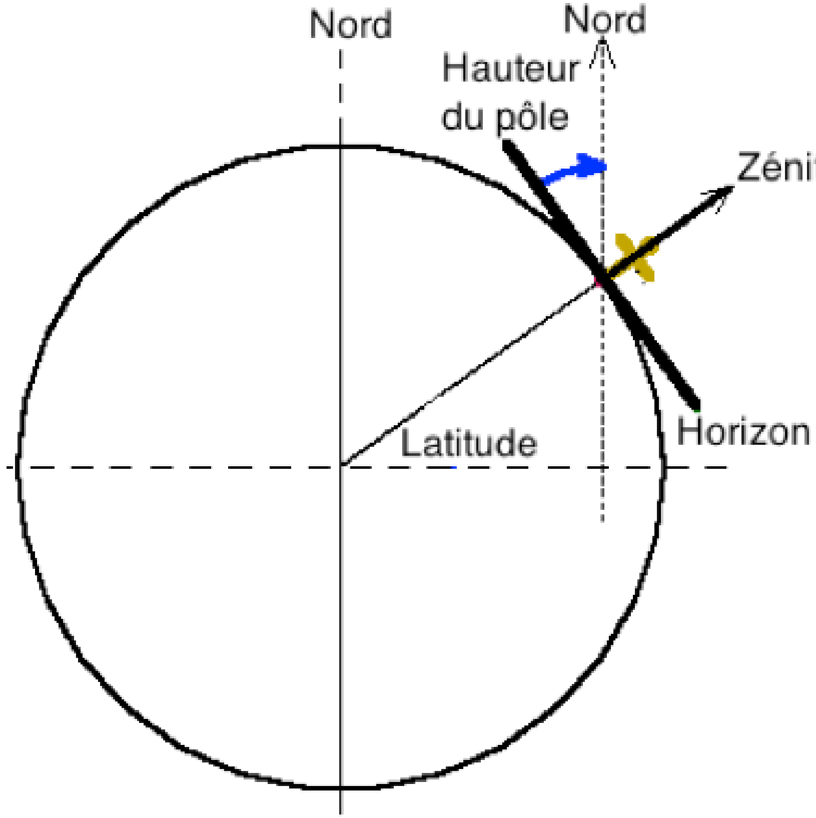
1ère méthode : on commence à l'observer quand on est au 170° vrai et à noter sur un graphique la hauteur en fonction de l'heure d'observation pour déterminer la culmination qui dure à peu près deux minutes.

2ème méthode : on calcule l'heure de la méridienne avec les Ephémérides nautiques, une estimation de sa longitude à un demi degré près et une montre donnant l'heure à une ou deux minutes près.

*Rem. 1* On pourrait utiliser n'importe quel astre pour déterminer la latitude méridienne. Dans la réalité et pour 99,9% des cas on n'utilise que le Soleil, car il faut un astre visible et un horizon visible.
*Rem. 2* Pour les astres errants, dont la déclinaison varie, l'instant de la culmination peut avoir lieu avant ou après le passage au méridien. L'erreur commise n'est cependant pas pénalisante pour le soleil.

# Latitude par la Polaire (1)

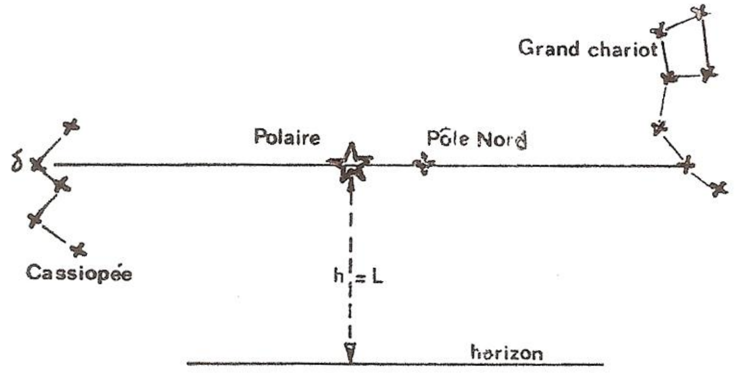
La latitude est la hauteur du pôle Nord au-dessus de l'horizon.



# Latitude par la Polaire (2)

Si la Polaire était confondue avec le pôle Nord, sa hauteur au-dessus de l'horizon donnerait exactement la latitude mais comme elle est à environ 41' du Nord, il faut faire des corrections mises en table dans les Ephémérides nautiques (tables VIII pour la hauteur et tables A, B et C).

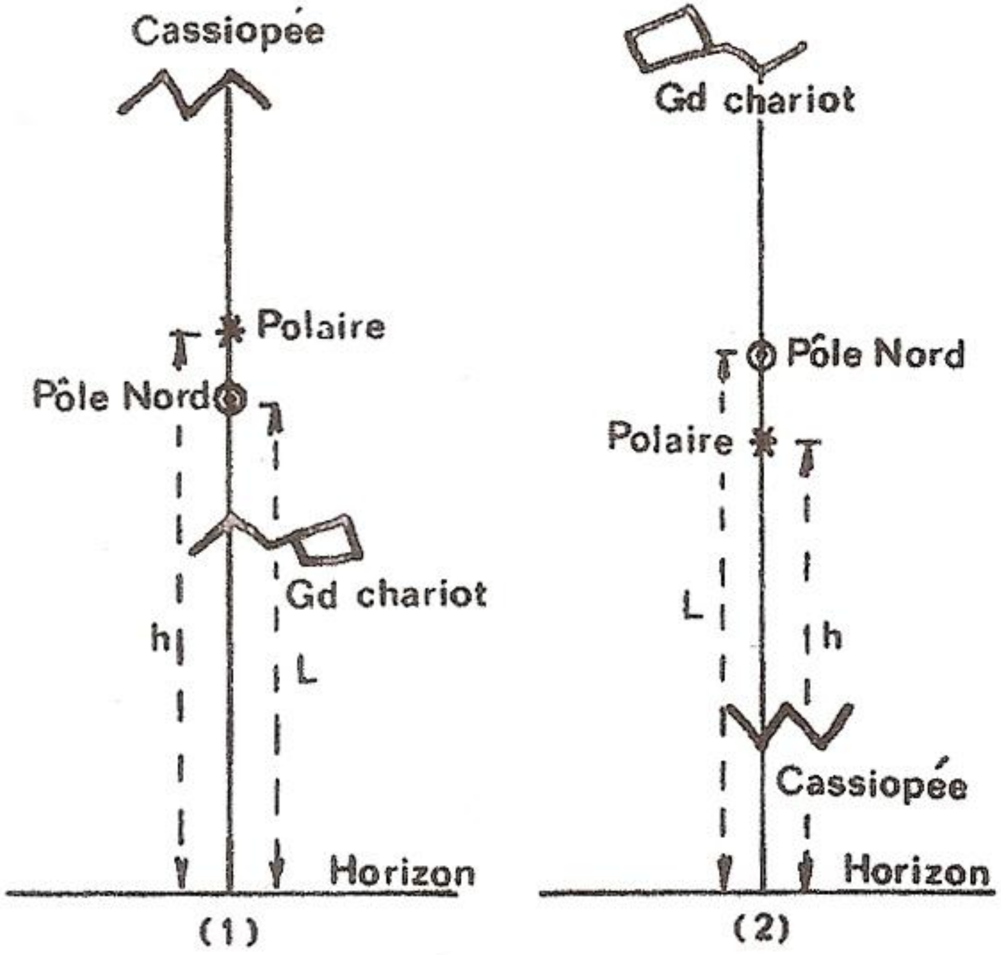
On peut, plus simplement (mais c'est très approximatif), prendre la hauteur de la Polaire quand la ligne Mizar (deuxième cheval du Grand Chariot ) – $\delta$ Cassiopée est horizontale.



# Latitude par la Polaire (3)

Pour un calcul plus précis, on prend la hauteur au moment où la ligne Cassiopée – Grand Chariot est verticale. C'est le moment où la Polaire passe au méridien au dessus ou en dessous du Pôle Nord : elle culmine.

Si Cassiopée est en haut, $L = h_v - 41'$ sinon $L = h_v + 41'$.

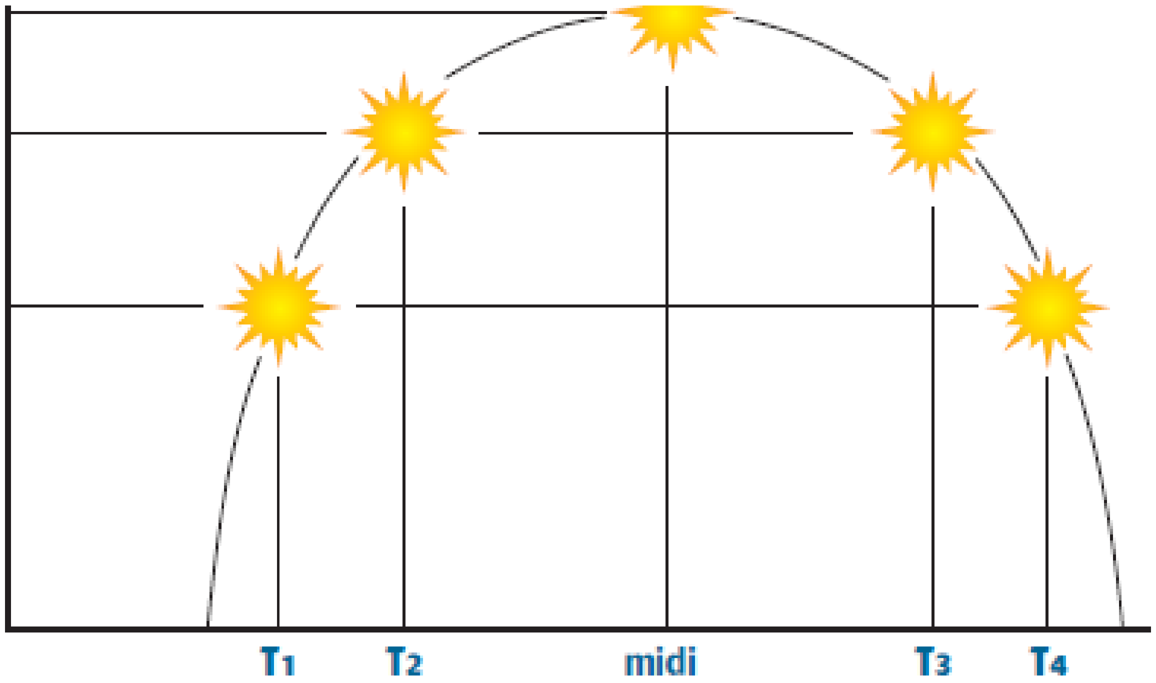


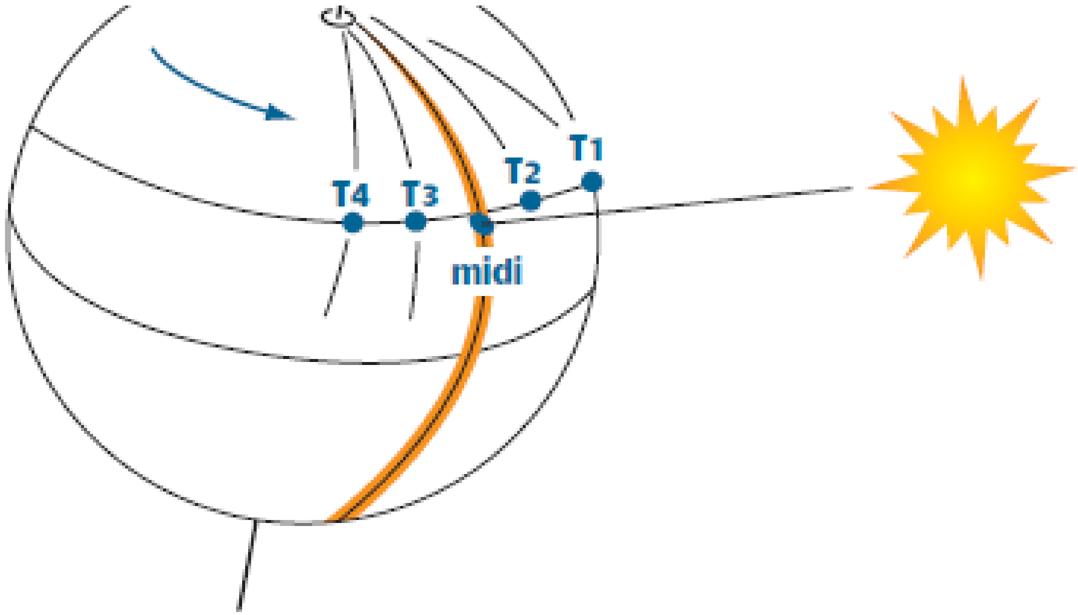
# Longitude méridienne (1)

Un moyen simple pour obtenir la longitude est, comme pour la latitude, d’utiliser le passage du Soleil au méridien.
Si nous arrivons à déterminer l’heure du passage du Soleil au méridien du navire, les Ephémérides nautiques donnant son heure de passage au méridien de Greenwich, la différence entre ces deux heures sera la longitude.

Problème : La culmination du Soleil dure environ deux minutes alors que pour avoir la longitude avec une précision de 1’, nous devons mesurer l’instant de passage à 4 s près.

# Longitude méridienne (2)



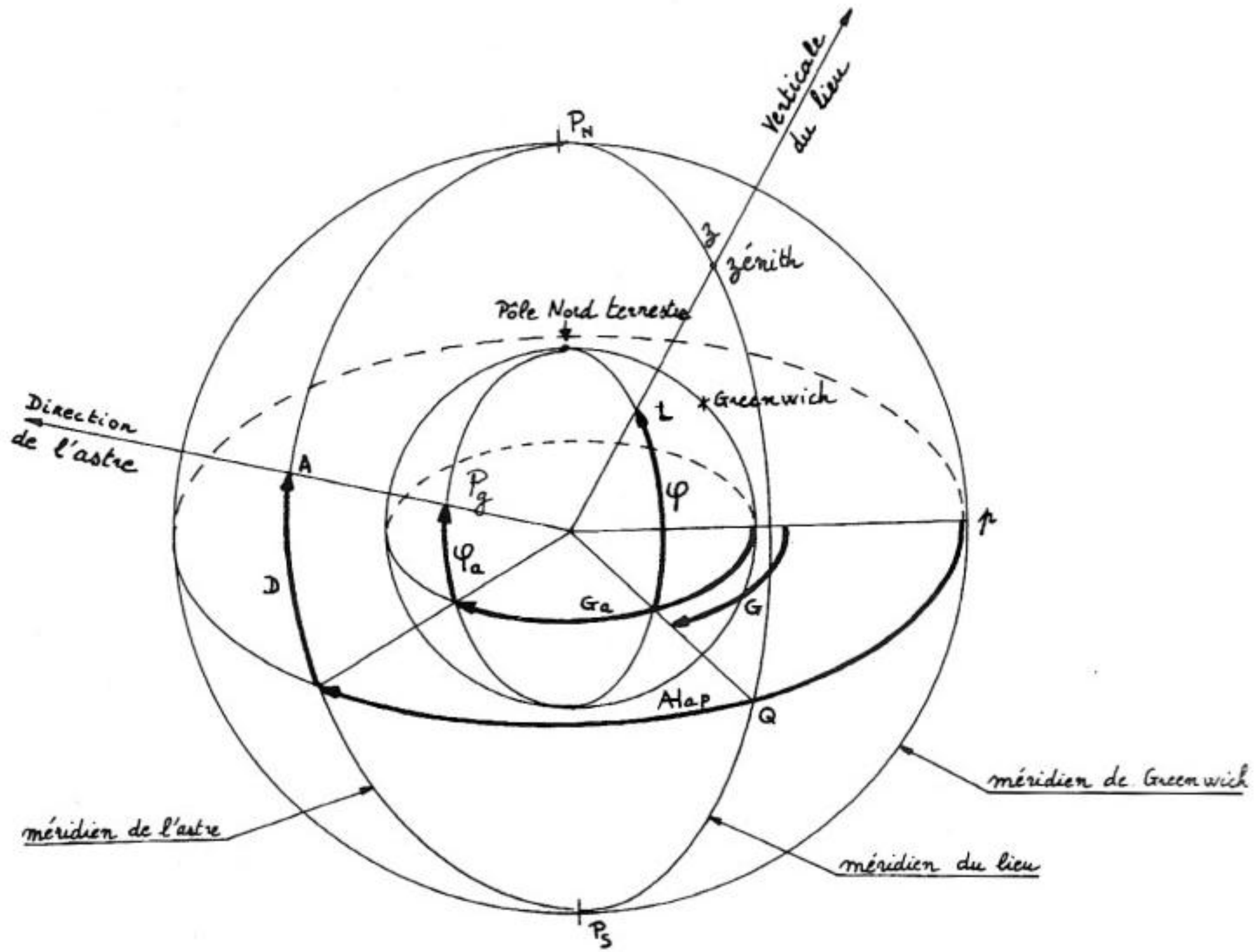

Solution : On mesure la hauteur du Soleil à l'instant $T_1$ environ une heure avant la culmination et on mesure l'instant $T_4$ où le Soleil redescend à cette hauteur. L'instant du passage est la moyenne de $T_1$ et $T_4$.

# Faire le point

**Quand on navigue en vue des côtes**, pour faire le point, il suffit de relever trois amers (points remarquables identifiables sur la carte tels que phares, clochers, balises, …) à l'aide d'un compas de relèvement puis de tracer sur la carte à l'aide d'une règle de navigation les droites correspondant à ces relèvements pour obtenir un triangle d'incertitude, appelé chapeau, à l'intérieur duquel se trouve notre navire.

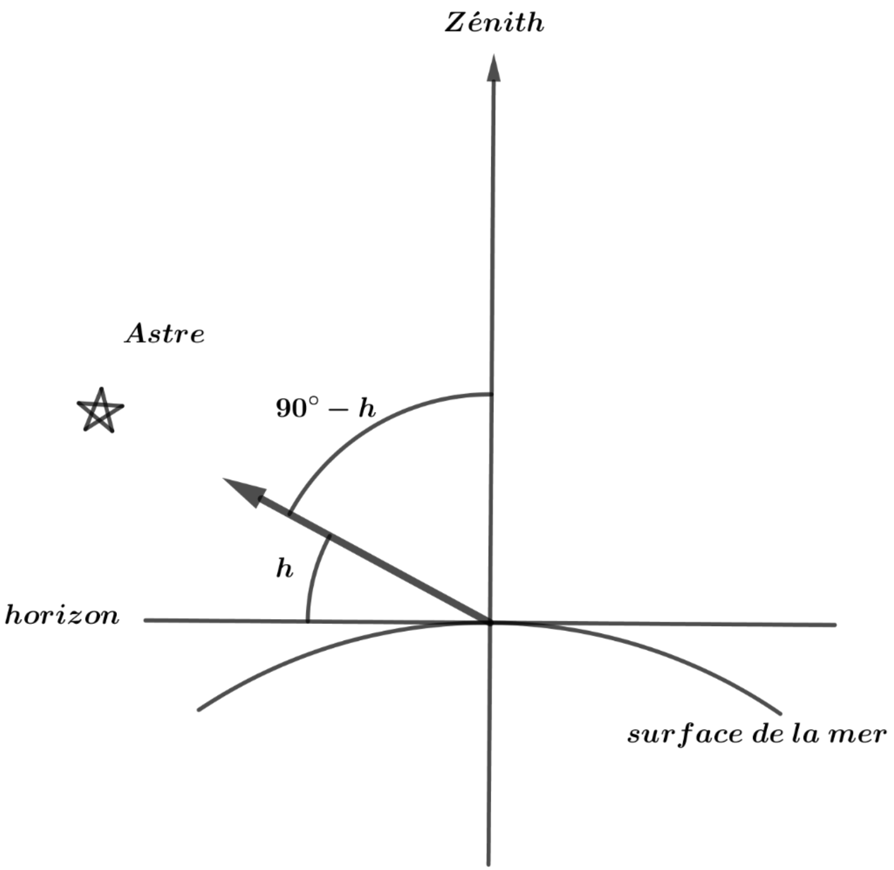
**Quand on se trouve en haute mer**, on utilise un sextant pour mesurer la hauteur d'astres (Soleil, Lune, étoiles, …) au-dessus de l'horizon. À partir de ces mesures et des heures auxquelles elles ont été relevées, on peut, de manière analogue, tracer sur la carte des droites, appelées **droites de hauteur**, qui permettent de déterminer  la position du navire.

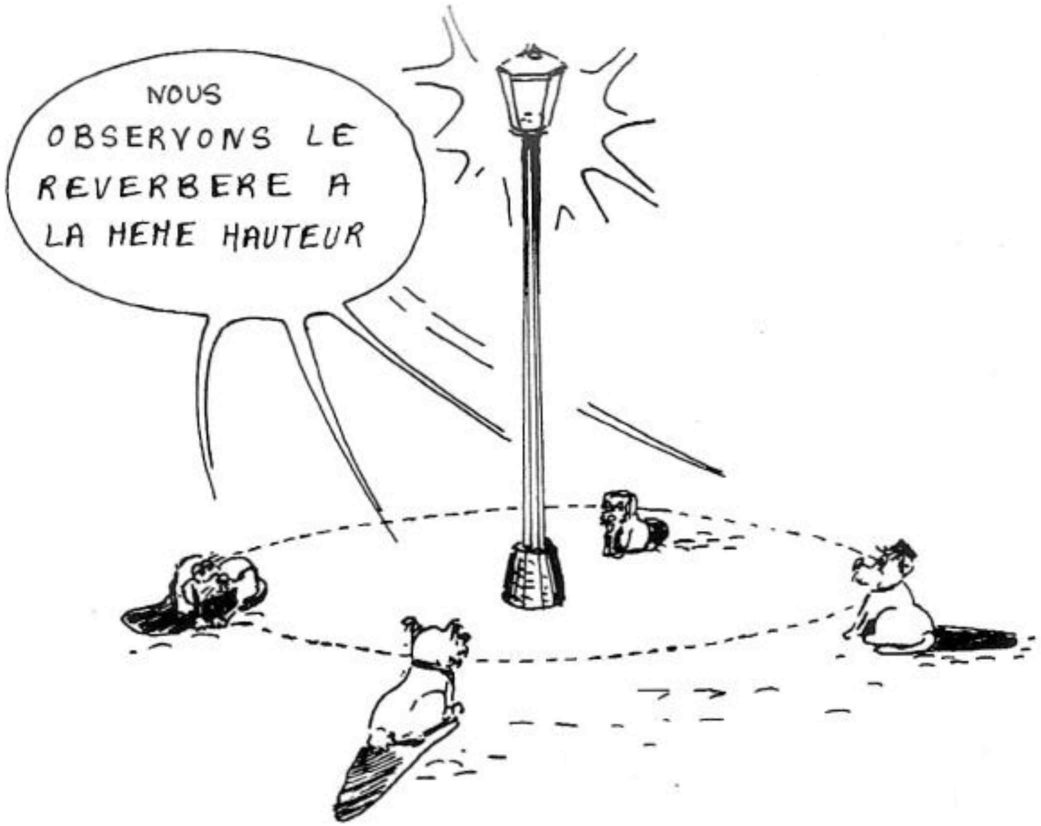
# Comment se repérer sur le globe ?  (1)




**Positions relatives d'un observateur et d'un astre à un moment donné**

# Comment se repérer sur le globe ? (2)

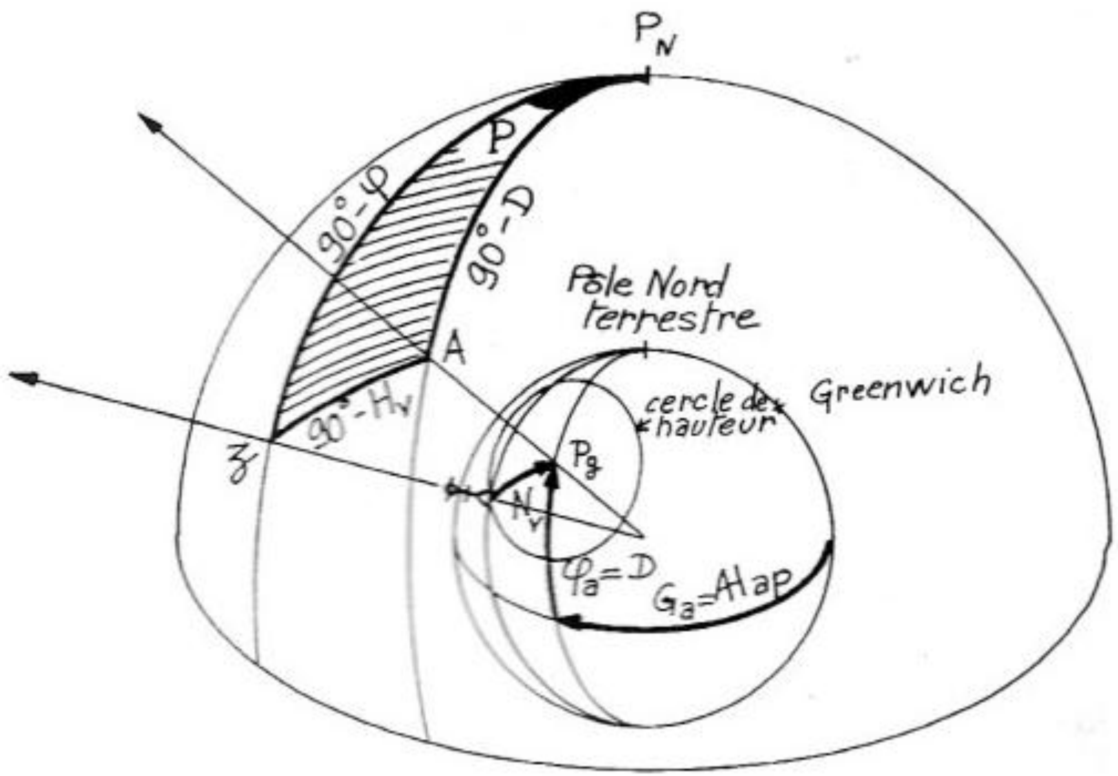


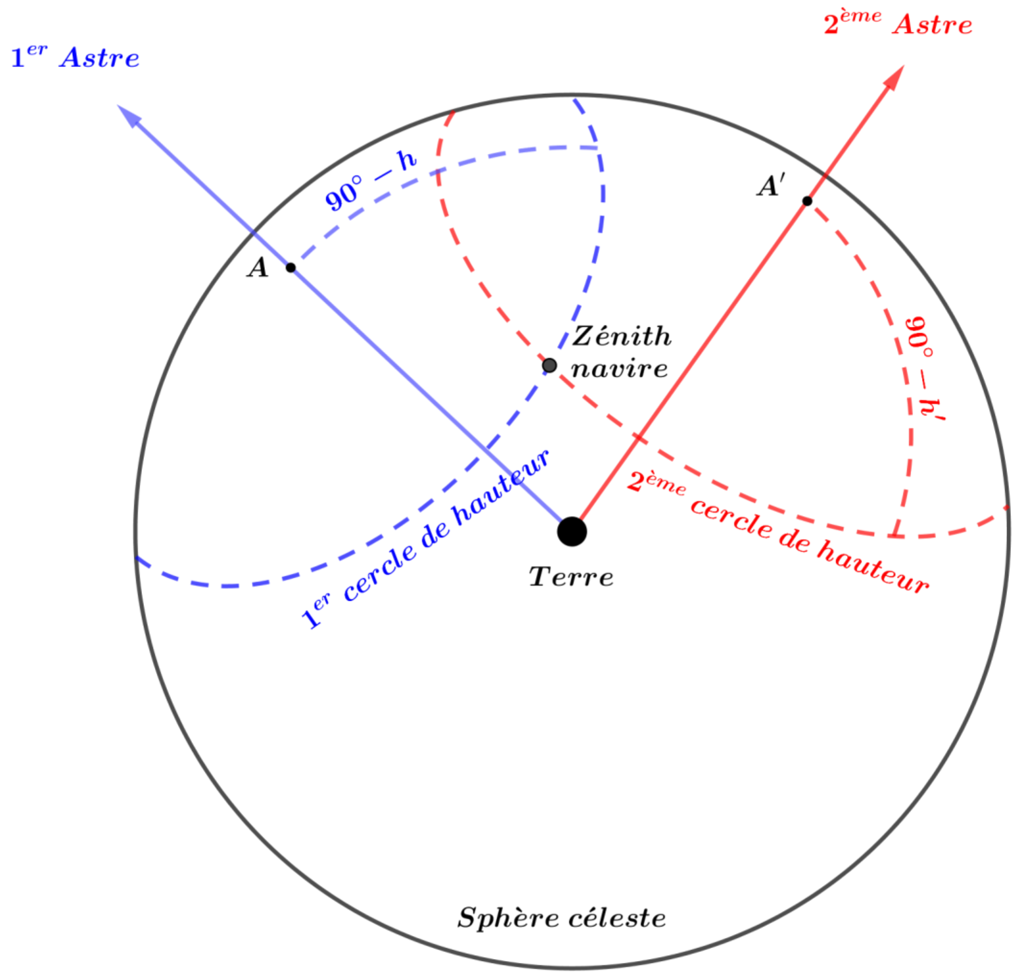




**Mesure de la hauteur $h$ d'un astre au-dessus de l'horizon**

**Le lieu d'où l'on voit un astre sous une hauteur $h$ est un cercle**

# Comment se repérer sur le globe ? (3)




**Le lieu des points d'où l'on voit l'astre sous la hauteur $H_v$ est le cercle de hauteur.**
**Il a pour de centre $P_g$ (pied de l'astre) et pour rayon 90° – $H_v$**

**Pour obtenir un point, il faut prendre la hauteur d'au moins deux astres**

# Détermination d’une droite de hauteur

Une observation du Soleil à l’heure donnée permet de tracer une droite de hauteur qui est le lieu de  de la position du navire.

Date : 11 janvier 2019 Instant : 11 h 34 min 12 s Hauteur du Soleil : $\boldsymbol{h_i}$ = 27° 28,4.

On suppose connue une position estimée ***E*** du navire :

**L**atitude **e**stimée : ***Le* =** 25° 23,9’ N LonGitude **e**stimée : ***Ge* =** 033° 32,8’ W.

À l’aide de ces données et des éphémérides nautiques, on détermine successivement :

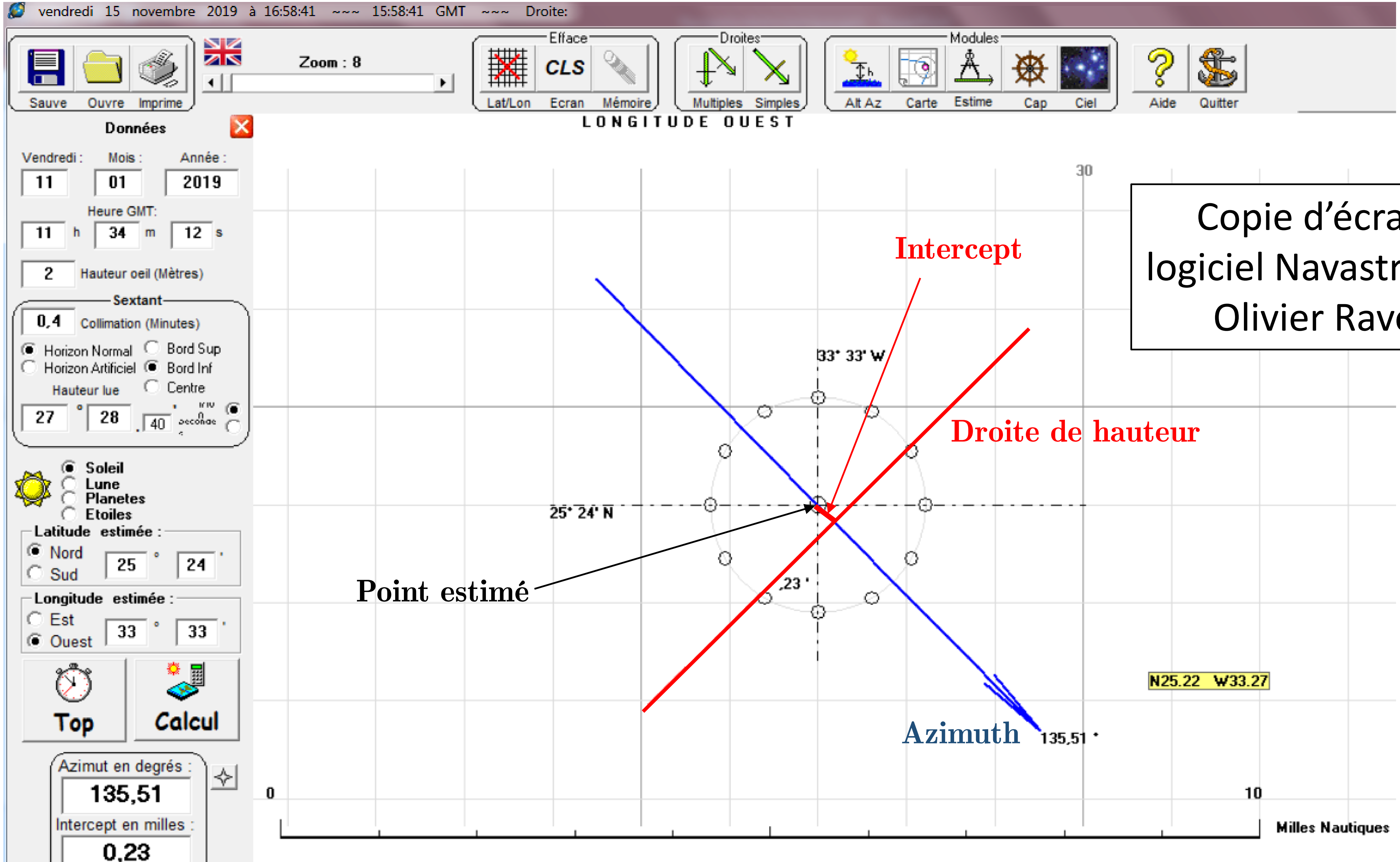
- la hauteur vraie $\boldsymbol{h_v}$ = 27° 40,9’,
- l’angle horaire du Soleil au méridien où l’on estime se trouver ***AHvG*** =  318,050°,
- la déclinaison du Soleil à l’heure de l’observation : ***D*** = 21°  48,1’,
- la hauteur $\boldsymbol{h_e}$ qu’on aurait relevée si on se trouvait réellement sur le point estimé , ici :

  $\boldsymbol{h_e}$ = 027,678° = 27° 40,7’,
- l’*intercept* $\boldsymbol{h_v} – \boldsymbol{h_e}$ qui exprimé en minutes, donne la distance en milles du point estimé à la position du navire : $\boldsymbol{h_v}$ - $\boldsymbol{h_e}$ = 27° 40,9’ - 27° 40,7’ = 0,2 M vers le Soleil car positif,
- l’azimut de l’astre observé, ***Z*** = 135,502°.

On trace par ***E*** la droite Δ de direction l’azimut puis le point ***E’*** de Δ tel que ***EE’*** = intercept.

**La droite de hauteur est la droite perpendiculaire à Δ passant par E’.**

# Tracé d'une droite de hauteur




Copie d'écran logiciel Navastro 2.0 Olivier Ravet

# Détails des calculs de la droite de hauteur (1)

La technique de calcul et tracé de droite de hauteur n'a pratiquement pas évolué depuis la fin du XIX$^{e}$ siècle. Les calculs ont été simplifiés d'abord par l'apport de différentes tables (tables de **Friocourt**, tables de **Dieumegard**, tables de **Bataille**, tables américaines **HO 249**) et ensuite l'utilisation d'outils électronique de calcul, calculatrices puis ordinateurs.

Reprenons les données de notre navigateur de la GGR 2018.

Date : 11 janvier 2019 Instant : 11 h 34 min 12 s = 11,570 h

**L**atitude **e**stimée : ***Le* =** 25° 23,9' N = 25,398° N

Lon**G**itude **e**stimée : ***Ge* =** 033° 32,8' W = 033,547° W

Hauteur du Soleil : $h_i$ = 27° 28,4. Nous avons déterminé $h_v$ = 27° 40,9'.

1) Calcul de l'Angle Horaire du Soleil au lieu de longitude G, ***AHvG*** :

L'Angle Horaire du Soleil au méridien de Greenwich à 0 h TU est : ***AHv0*** = 178° 05,6' = 178,093°

La vitesse angulaire est 14,996°/h.

L'Angle Horaire du Soleil au méridien de Greenwich (***AHvP***) à l'heure d'observation est donc :

***AHvP*** = 178, 093 + (14,996 × 11,570) = 351,597°.

L'Angle Horaire du Soleil au méridien où nous estimons nous trouver sera donc :

***AHvG*** = ***AHvP*** – ***Ge*** = 351,597° - 033,547° = 318,050°.

# Détails des calculs de la droite de hauteur (2)

2) <u>Calcul de la déclinaison à l'heure de l'observation</u> :

Déclinaison à 00 h 00 UTC : $D_0$ = 21° 52,7' S

Variation angulaire : 0,4'/h (diminution)

Déclinaison à l'heure d'observation : $D$ = 21° 52,7' – 0,4×11,570 = 21° 48,1' = 21,801° S

3) <u>Calcul de la hauteur estimée $h_e$ du soleil correspondant à nos données</u> :

En utilisant la formule $\sin h_e = \sin D \times \sin L_e + \cos D \times \cos L_e \times \cos AHvG$,

on obtient : $h_e$ = 027,678° = 27° 40,7'.

4) <u>Calcul de l'intercept</u> :

*Intercept* = $h_v$ - $h_e$ = 27° 40,9' - 27° 40,7' = 0,2 milles vers le Soleil car positif.

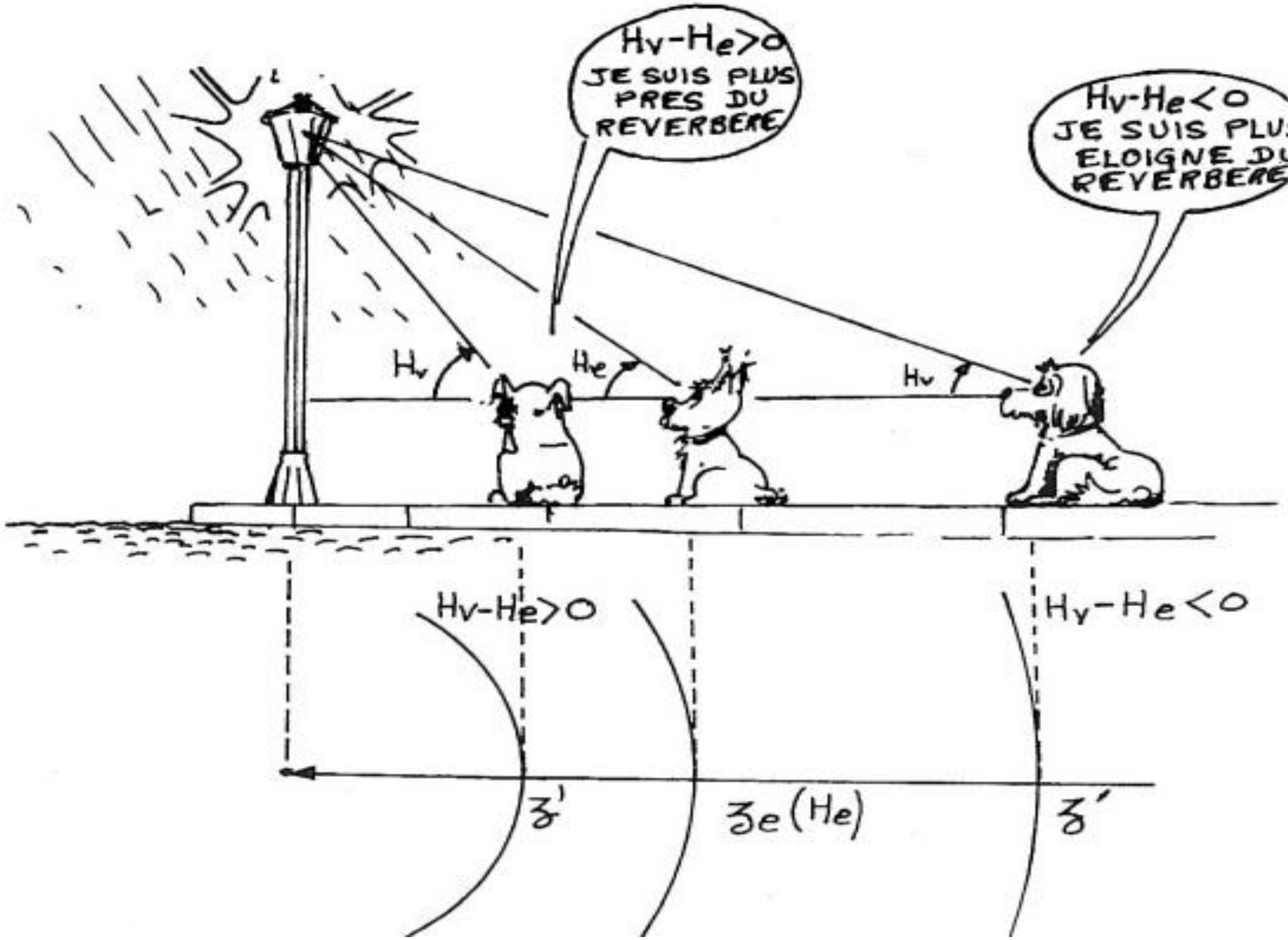
5) <u>Calcul de l'aZimut</u> :

En utilisant la formule $\cos Z = \frac{\sin D - \sin L_e \times \sin h_e}{\cos L_e \times \cos h_e}$,

on obtient : $Z$ = 135,502°.

# Intercept

La quantité $h_v - h_e$ est la différence entre la hauteur vraie obtenue après observation au sextant pour la droite de hauteur, après corrections et la hauteur déterminée par le calcul pour le point estimé E. Exprimée en minutes d'arc, elle donne la distance, exprimée en milles, entre le point estimé E et le point E' appelé point déterminatif. C'est le terme anglo-saxon d'*intercept* qui s'est imposé pour nommer cette différence.



# Exemple de point astronomique par le Soleil (1)

Une observation du Soleil à l'heure $h$ permet de tracer une droite de hauteur qui est un premier lieu de  de la position du navire.

Un deuxième lieu est nécessaire pour avoir le point.

Pour cela, on attend au moins deux heures pour que l'azimut du Soleil ait suffisamment tourné pour avoir un bon recoupement et on fait une nouvelle observation à l'heure $h'$ permettant d'obtenir une nouvelle droite de hauteur.

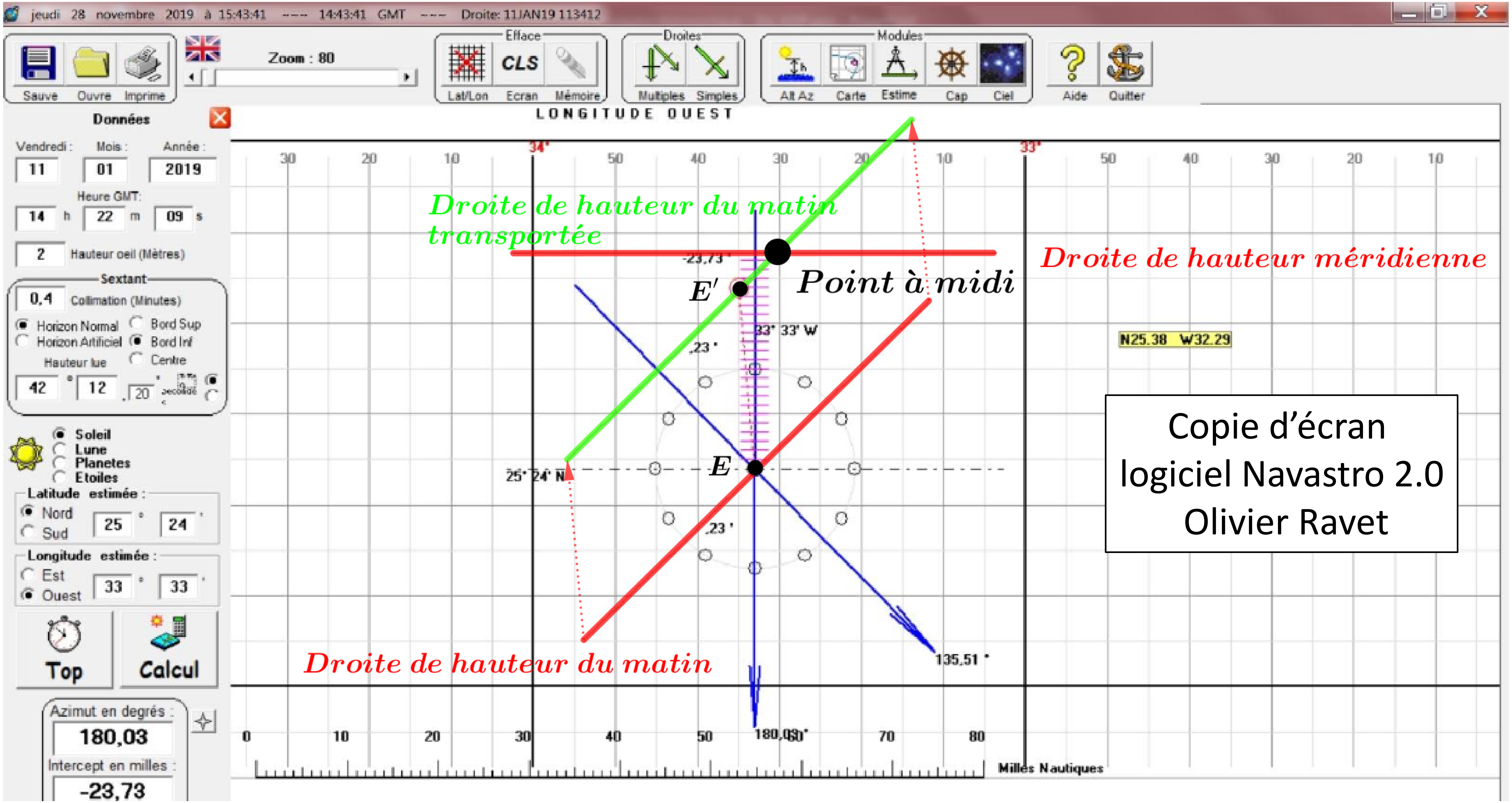
On transporte à l'estime la première droite du chemin parcouru par le navire entre $h$ et $h'$. L'intersection de cette droite avec la deuxième droite de hauteur donne le point.

Par exemple, on combine une droite du matin avec la latitude méridienne.

Reprenons la droite de hauteur précédente avec la hauteur méridienne $h_i$ = 42° 12,2' à 14 h 22 min 9 s.

Le navire ayant fait route au 355° à la vitesse de 7 nœuds, on peut calculer sa position estimée à l'heure h' : ***Le'*** **=** 25° 44' N  et ***Ge'*** **=** 33° 35' W.

# Exemple de point astronomique par le Soleil (2)




Copie d'écran logiciel Navastro 2.0 Olivier Ravet

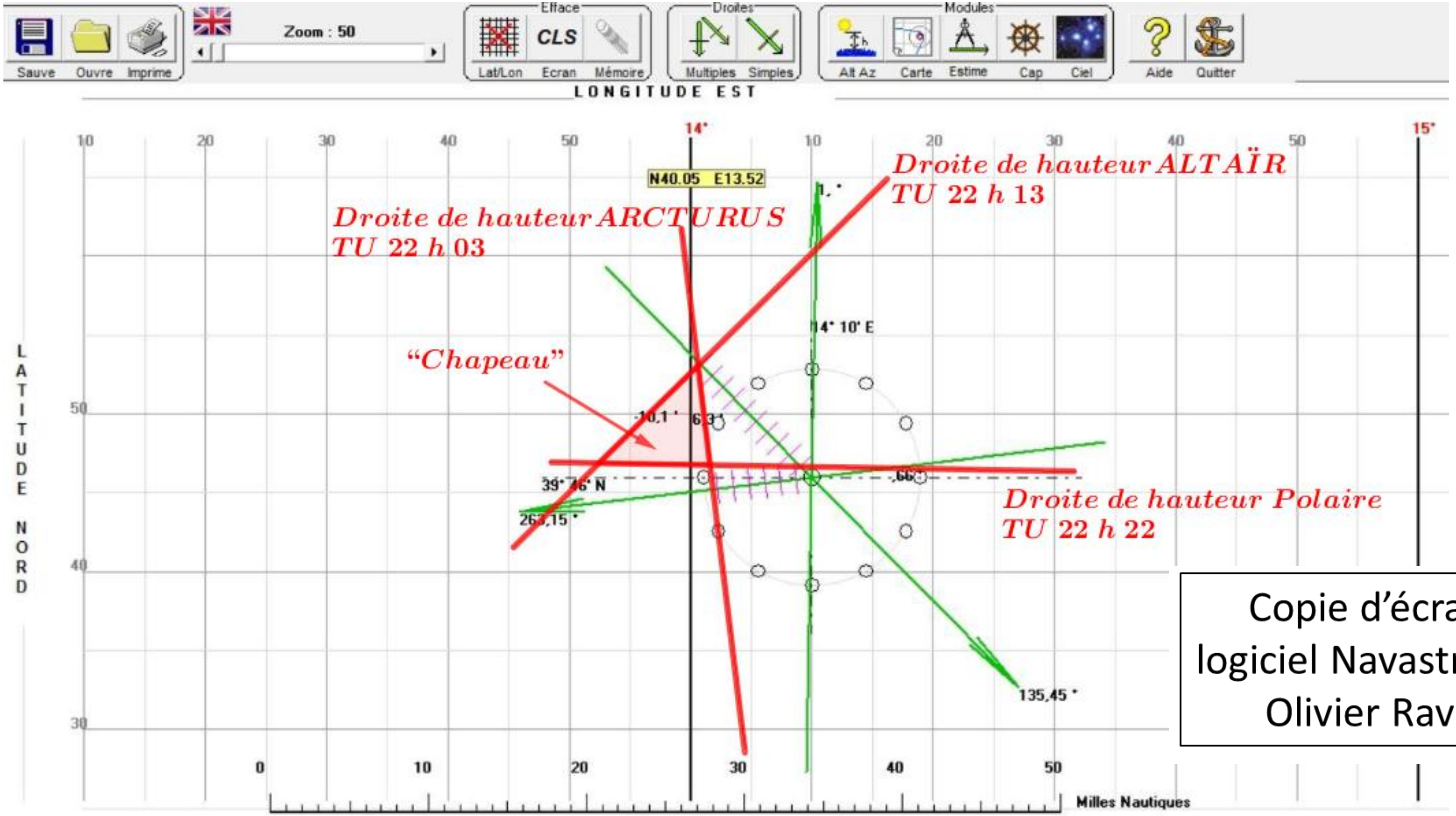
# Exemple de point astronomique par les étoiles (1)

Il est aussi possible de choisir des astres différents que l'on peut observer presque au même moment et ainsi obtenir des droites simultanées dont le recoupement donne le point au moment de l'observation.
En pratique, il est préférable de prendre trois étoiles pour obtenir un triangle d'incertitude appelé le « chapeau ». Pour avoir de bons recoupements, on choisit des étoiles dans des azimuts assez différents et, si possible, on prend la Polaire qui donne la latitude par un calcul simple.

Exemple de point déterminé à partir d'observations réalisées le 5 juillet 1970 avec une hauteur d'œil de 2 m et une erreur de sextant de 3'.

- Arcturus : $h_i$ = 39° 06' à 22 h 03 min 15 s TU.
- Altaïr : $h_i$ = 50° 52' à 22 h 12 min 40 s TU.
- Polaire : $h_i$ = 39° 24' à 22 h 22 min TU.

# Exemple de point astronomique par les étoiles (2)

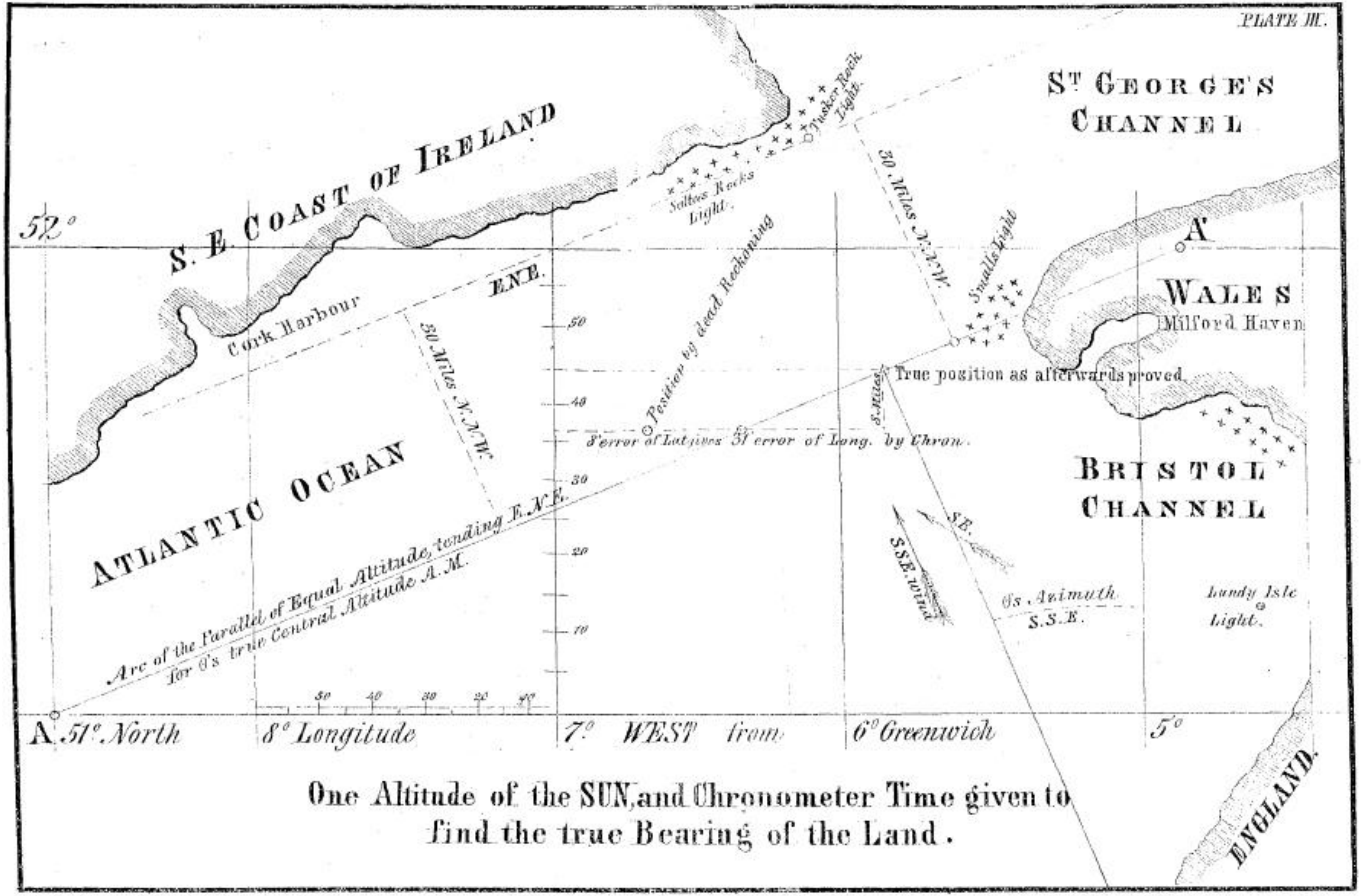



Copie d'écran
logiciel Navastro 2.0
Olivier Ravet

# Une histoire de la droite de hauteur

En 1837, lors d'une traversée entre la Caroline du Sud et l'Écosse, le capitaine Thomas Sumner de Boston met en évidence l'appartenance de tout observateur de la hauteur d'un astre à un lieu géométrique sur la sphère terrestre, ce lieu étant *le cercle de position* et de la représentation par une droite sur la carte de la partie de ce cercle utile à la détermination de la position. Il publiera en 1843, *Finding a ship's position at sea* où il popularise la Sumner line (line of position ou LoP).

<u>Méthode</u> : À partir d'une hauteur observée du Soleil, de sa déclinaison et d'une latitude estimée, on calcule l'angle au pôle dans le triangle de position. Connaissant alors la longitude du soleil donnée par les éphémérides en fonction de l'heure de l'observation, on en déduit la longitude de l'observateur et finalement un point « A » sur le parallèle choisi. Considérant que la latitude estimée est douteuse, Sumner fait varier faiblement cette latitude (<1°) et -conservant les autres données- calcule un nouveau point « A' ». La « corde » AA' constitue une ligne de position du navire ou Sumner line, obtenue avec deux points du cercle de hauteur.




One Altitude of the SUN, and Chronometer Time given to find the true Bearing of the Land.

# Droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire (1)

En octobre 1873, le capitaine de frégate Marcq de Saint-Hilaire, professeur de navigation sur le navire-école *la Renommée*, publie dans la *Revue Maritime et coloniale* une *Note sur la détermination du point* de 18 pages, où il indique :

I. La hauteur d'un astre prise, en notant l'heure à une montre réglée, détermine un lieu géométrique du point d'observation.
II. Deux hauteurs sont nécessaires et suffisantes pour déterminer le point.
III. On trace sur la carte le lieu géométrique donné par la hauteur par projection.
IV. Les lieux géométriques donnés par deux hauteurs se coupent sur la carte sous un angle égal à celui des verticaux d'observation.
V. On peut choisir de se donner la latitude ou la longitude du point d'observation et calculer l'autre. Cela dépend si la hauteur mesurée est proche ou non du méridien.
VI. Dans la pratique on se contente de calculer deux points déterminant une corde de la courbe de projection cherchée. On peut même ne calculer qu'un point et l'azimut correspondant et mener par le point obtenu une perpendiculaire à l'azimut qui est la tangente à la courbe elle-même.

# Droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire (2)

VII. Formules à employer pour un calcul de longitude et d'azimut (Borda):

$$sin^2\frac{P}{2} = \frac{\cos S.\sin(S-h)}{\cos\varphi.\sin D} \text{ et } sin^2\frac{Z}{2} = \frac{\sin(S-\varphi).\sin(S-h)}{\cos\varphi.\cos h} \text{ où } 2S = h + \varphi + 90° - D.$$

pour un calcul de latitude et d'azimut :

$$\sin Z = \frac{\sin P \sin\Delta}{\cos h} \text{ et } \tan\varphi = tan\Delta cosP \text{ où } \Delta = 90° - D.$$

VIII. L'emploi de la corde ou de la tangente donne une approximation bien suffisante.

IX. …

X. Ramener le résultat d'une hauteur à un moment donné. Deux observations simultanées donnent le point par intersection des lignes qu'elles déterminent. Si les hauteurs ne sont pas simultanées, on ramène les résultats obtenus au moment où l'on veut le point, en transportant les lignes parallèlement à elles-mêmes selon le chemin parcouru dans l'intervalle écoulé entre le moment de l'observation et celui où l'on veut le point.

# Droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire (3)

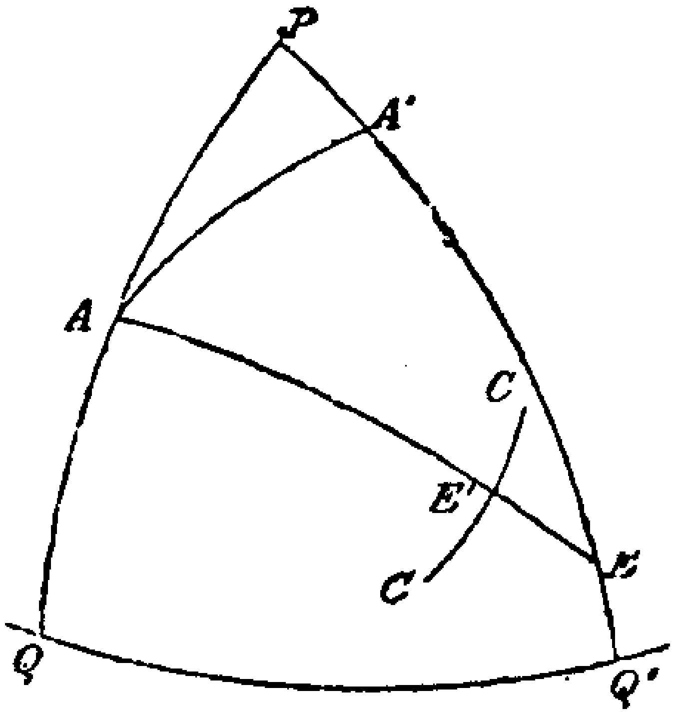
En 1875, la *Revue Maritime et Coloniale* publie une deuxième mémoire de Marcq Saint-Hilaire intitulé *Calcul du point observé – Méthode des hauteurs estimées*.

Ce texte d'une soixantaine de pages est considéré comme le texte fondateur de la droite de hauteur moderne.

Après avoir rappelé comme dans son précédent mémoire, qu'une hauteur astrale permet de d'obtenir le lieu géométrique d'un navire et la nécessité de disposer de deux observations pour obtenir sa position, il écrit : « *le calcul direct et rigoureux de ce point nécessite la résolution d'un quadrilatère sphérique dans lequel on connaît un angle et les quatre côtés ; ce calcul est long et ne peut être commencé que lorsque les deux observations sont terminées, ce qui retarde le résultat* ». Il va contourner cette difficulté en ayant recours à « *une méthode basée sur la connaissance approchée, donnée par l'estime, du point à déterminer. On rectifie alors le point estimé d'une manière approximative, mais suffisamment exacte dans la pratique ;* ».

# Droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire (4)

**CALCUL D'UNE OBSERVATION**




Il note *A* la projection terrestre de l'astre observé, *P* le pôle, *E* la position estimée du navire au moment de l'observation et *QQ'* l'équateur. *CC* est le lieu géométrique donné par l'observation et E' est l'intersection de cet arc avec l'arc *AE*. L'arc *AE'* est le complément de la hauteur observée.
De plus *AQ* = *D*, *EQ'* = $\varphi_E$ et l'angle au pôle *P* = $G_A - G_E$.
Dans le triangle sphérique *PEA*, où sont connus l'angle *P* et les deux côtés adjacents, il calcule l'arc *EA* et l'angle *PEA* en introduisant l'arc de grand cercle *AA'* perpendiculaire à *PE*.

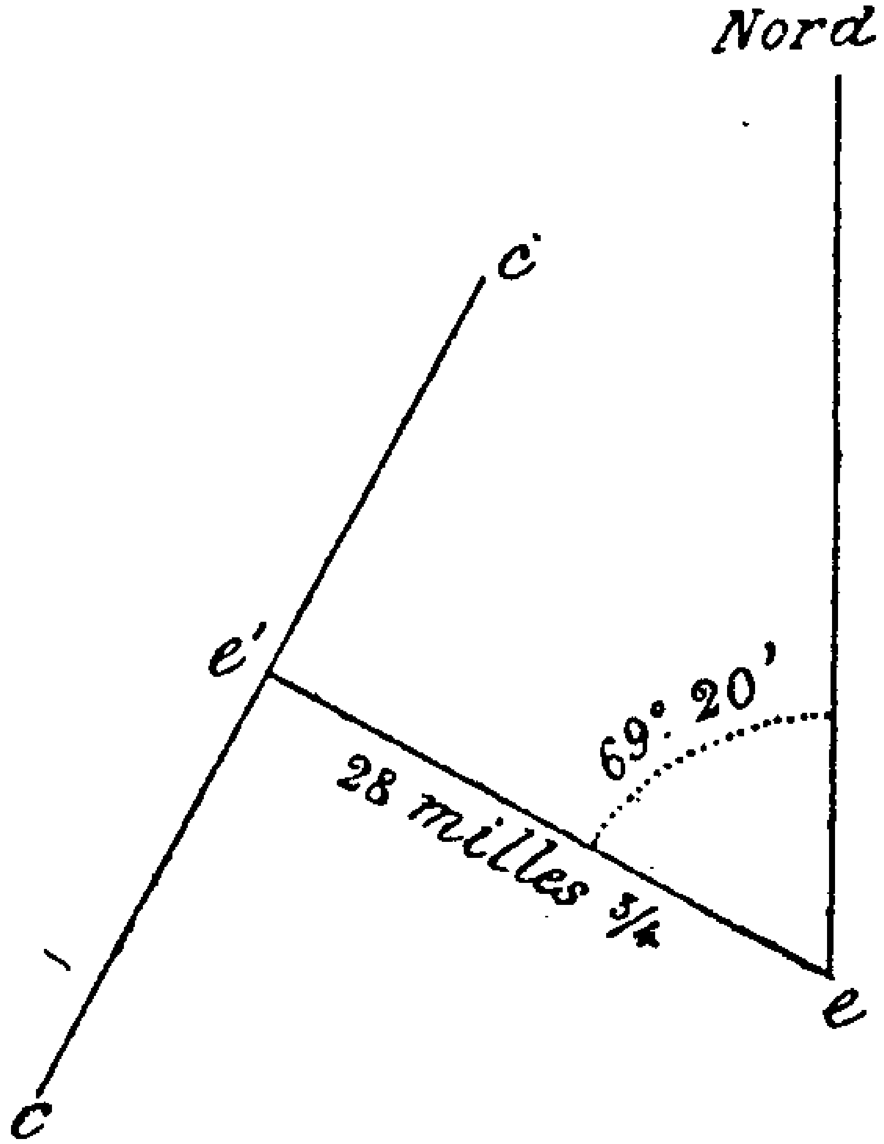
Faisant *A'Q'*= *D'*, 90° - *EA* = $h_E$ et PEA = Z, il obtient :
(1) $\tan D' = \frac{\tan D}{\cos P}$ ; (2) $\sin h_E = \frac{\sin D}{\sin D'} \cos(D' - \varphi_E)$ ; (3) $\cos Z = \tan(D' - \varphi_E) \tan h_E$.
Il détermine successivement *D'*, $h_E$ et *Z* qui sont respectivement la hauteur et l'azimut de l'astre qui auraient été obtenus du point E au moment de l'observation.
La valeur $h_O - h_E = EE'$ doit être portée vers l'astre si elle est positive et à l'opposé sinon.

# Droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire (5)

**CONSTRUCTION D'UNE OBSERVATION SUR LA CARTE**

Pour obtenir sur la carte la projection *e'* du point *E'*, il suffit de porter à partir du point *e*, la quantité *ee'* égale à la différence $h_O - h_E$ mesurée sur l'échelle des latitudes dans la direction de l'astre ou l'opposé selon que cette différence est positive ou négative.

La perpendiculaire *cc* à *ee'* sera la tangente à la projection de *CC* et on peut la considérer comme se confondant avec cette projection et représentant sur la carte le lieu géométrique du point donné par l'observation. Cette ligne sera appelée droite d'observation ou ligne d'observation.



# Bibliographie - Webographie


- Jean-José Ségéric, Histoire du point astronomique en mer, Marines Editions, Rennes, 2013.
- Amiral Sacaze, Navigation astronomique simplifiée à l'usage des plaisanciers, 5ème éd., EMOM, Paris, 1980.
- Claude Asken, La navigation astronomique, Chiron Sports, Paris, 1980.
- M. Caillou, D. Laurent, F. Percier, Traité de navigation, Infomer, Rennes, 1998.
- André Gilet, Une histoire du point en mer, Belin, Paris, 2000.
- Almanach du marin breton, La navigation astronomique, https://www.marinbreton.com/navigation/la-navigation-astronomique
- Cours de navigation d'Hervé Baudu, professeur de l'enseignement maritime au centre de Marseille de l'ENSM, http://www.traitedemanoeuvre.fr/cours/navigation/
- A. Charbonnel, enseignant au centre du Havre de l'ENSM, Le sextant (fiche support), http://ressources.profmarine.fr/sextant/AC_FS_sextant.pdf
- La navigation astronomique ? mais c'est très simple ! Olivier Ravet, navastro.free.fr
- Principles of Celestial Navigation, COMET Program, https://www.meted.ucar.edu/oceans/celestial_nav/
- Association Méridienne, Nantes, meridienne.org
- Association Sciences en Seine et Patrimoine, http://assprouen.free.fr/

# Annexe 1

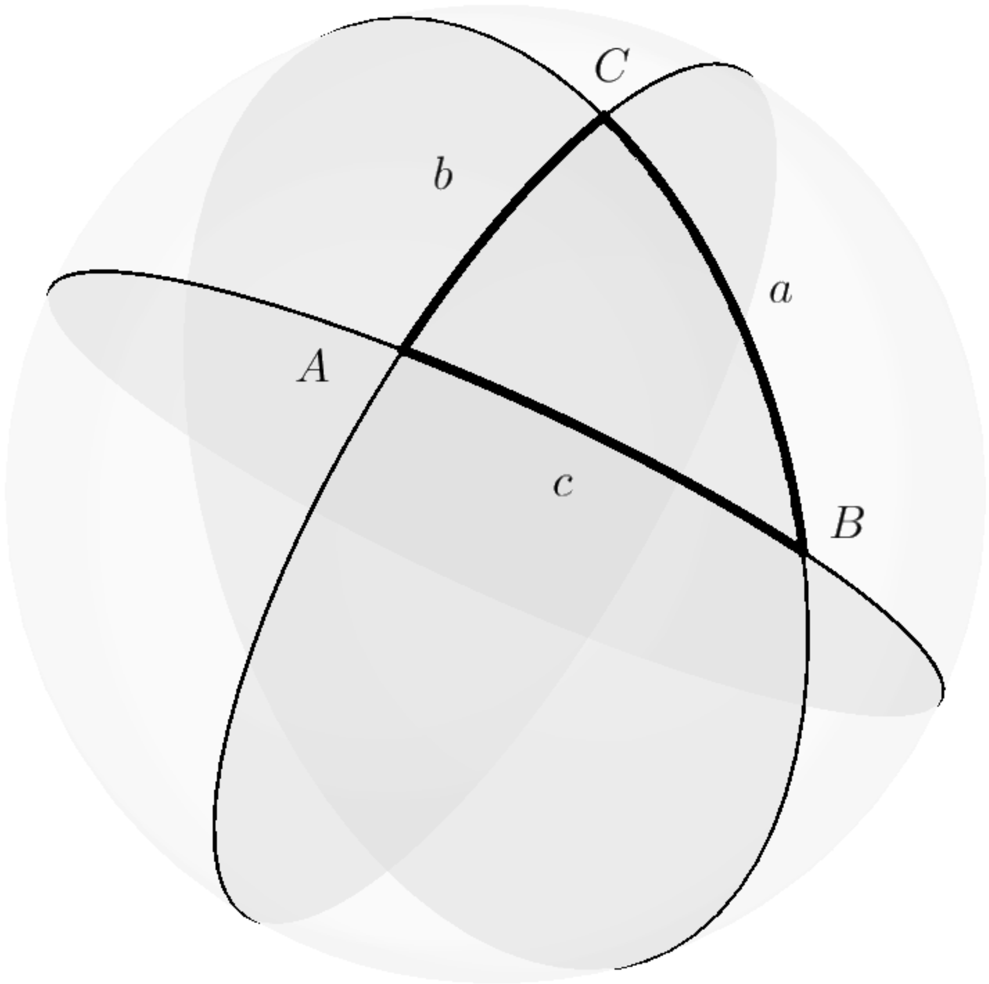
***Relations fondamentales dans le triangle sphérique***

$$\cos a = \cos b.\cos c + \sin b.\sin c.\cos A$$

$$\cos b = \cos a.\cos c + \sin a.\sin c.\cos B$$

$$\cos c = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b.\cos C$$

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$



# Annexe 2

***Relations fondamentales dans le triangle de position***

$$\sin h = \sin L . \sin D + \cos L . \cos D . \cos P$$

$$\sin D = \sin L . \sin h + \cos L . \cos h . \cos Z$$

$$\frac{\sin P}{\cos h} = \frac{\sin Z}{\cos D}$$